RECENSIONI

John Alexander Cruz Morales, Lorena Ham e Arnold Oostra (Eds.). (2019). *Universales relativos: Festschrift Zalamea 2019*. Bogotá: Editorial Nomos.

Recensione di Bruno D’Amore

Nei giorni 1 e 2 marzo 2019 si è tenuto a Bogotá, in un auditorio ampio e bello dell’Universidad Nacional, un omaggio all’opera di Fernando Zalamea, in occasione del suo 60° compleanno, al quale ho avuto la fortuna di poter intervenire. Come si usa fare in questi eventi, 16 oratori (allievi, collaboratori, amici, estimatori, …) dell’opera di Fernando hanno avuto la parola, con la possibilità di esprimere il proprio parere su aspetti generali o specifici della sua opera.

I nomi degli intervenuti sono di tutto rispetto nell’ambito della matematica internazionale, soprattutto per quanto riguarda gli studi su categorie, logica, topologia, epistemologia; ma anche di altre discipline, come la semiotica peirceana, aspetti teorici/semiotici dell’architettura eccetera.

Il libro che appare citato nel titolo è la raccolta dei testi ai quali i 16 oratori si sono ispirati per la loro trattazione, non ne è la rigorosa e puntuale trascrizione totale.

L’opera di Zalamea è ben nota nei campi matematici e non, citati sopra; i suoi studi sull’opera di Peirce sono innovatori e profondi; grazie alla sua estrema, duttile e profonda competenza epistemologica, Zalamea è riuscito in una sintesi magistrale a riunire in discorsi unitari delle teorie e degli studi tra loro apparentemente diversi assai. Io sono un suo fanatico e onnivoro lettore e dunque riconosco nei testi presentati in suo onore magnifiche, ghiotte, precise visioni dettagliate, il cui insieme mi restituisce, confermandolo, quel che io penso di lui, un epistemologo visionario e profondo che riesce a rendere unici e univoci discorsi che ai più appaiono diversi e variegati. D’altra parte ho sempre considerato un capolavoro la sua opera:

Zalamea, Z. (2009). *Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas*. Bogotá: Editorial Universidad Nacional de Colombia.

che mi ha costretto a mesi di durissimo e intenso lavoro di studio profondo e di apprendimento; ricordo che leggendolo, pensavo: Dio mio, che coraggio che ha quest’uomo.

Ho avuto modo di seguire alcuni suoi seminari e conferenze, l’ho avuto fra il pubblico a miei, abbiamo discusso in aula, a casa (di fronte a spaghetti alla carbonara), in convegni, era presente a Bologna l’8 ottobre 2016 (venuto a spese proprie da Bogotá), abbiamo perfino tenuto conferenze a due voci nell’Universidad Nacional e ho avuto l’ardire di presentare un suo lavoro folle:

Zalamea, F. (2006). Signos tríadicos. Lógicas, literaturas, artes. Nueve cruces latinoamericanos. *Mathesis*, Serie III, *1*(1), 1–164.[1]

in un'aula gremita fino all'inverosimile del suo Dipartimento di Matematica sempre della prestigiosa Universidad Nacional, alla presenza dell'Ambasciatrice d'Italia. Insomma, una militanza assidua comune fatta di mille occasioni.

Questo libro, quello del titolo, raccoglie dunque gli interventi tenuti nel Convegno in suo onore; si tratta di 16 testi, due appendici e altri materiali. I 16 testi sono divisi in 4 sezioni:

- Matematica: Charles Alunni, Yuri Poveda, Jaime Robayo, Juan Sebastián Arias;
- Filosofia della Matematica: Giovanni Maddalena, Andrés Villaveces, Alexander Cruz, Carlos Cardona;
- Studi Peirceani: Jaime Nubiola, Arnold Oostra, Douglas Niño, Lorena Ham;
- Saggistica: Carlos Tapia, Francia Elena Goenaga, María Del Rosario Acosta.

Le due appendici sono le seguenti:

- Andrés Villaveces: testo della presentazione fatta in occasione della nomina di Zalamea ad Accademico il 4 dicembre 2018 a Bogotá;

quel giorno ero presente alla cerimonia;

- Carlos Cardona: omaggio fatto a Zalamea nella stessa occasione.

Seguono poi un *Curriculum Vitae* di Zalamea, immagini di manoscritti, schemi e grafici realizzati durante suoi seminari, foto varie e un testo autobiografico di Zalamea stesso dal titolo *Dialogo*, in prima persona singolare.

Tutto ciò costituisce una meraviglia che ci permette di entrare nei dettagli di ciascuno dei suoi studi, ma che mi affascina soprattutto per quanto riguarda gli studi peirceani, la teoria delle categorie, la logica dei fondamenti, una rivoluzionaria visione dell'epistemologia e una capacità superba e unica di cogliere nessi e di evidenziare strumenti nuovi che solo Zalamea può vedere ed evidenziare con chiarezza [e poi, quando lui te li mostra, li vedi o almeno li intravvedi anche tu]. Ero presente, dicevo sopra, alla cerimonia nella quale veniva nominato membro dell'Accademia delle Scienze Esatte Fisiche e Naturali a Bogotá; tenne una conferenza superba presentando i suoi lavori e mi chiedevo come potessero capirne il senso profondo coloro che non avevano dedicato, come io ho fatto, mesi e mesi e mesi allo studio dei suoi scritti innovativi e pervasisi.

[1] Si notino i numeri di pagina: un libro, più che un articolo!

Fra i suoi lavori più dettagliati e innovativi c'è uno studio sistematico (che consta di 618 pagine fittissime) di alcune delle opere di Grothendieck:

> Zalamea, F. (2019). *Grothendieck: Una guía a la obra matemática y filosófica*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Confesso di averlo ricevuto il 1° marzo 2019 e di essermi buttato a capofitto nel suo studio, ma sono talmente indietro che, forse, riuscirò a malapena a scriverne una breve recensione se va bene in ottobre, mentre sto scrivendo questa in maggio … Ha creato un magico labirinto … Ma se ne parlerà in quella occasione.

Torno al libro citato nel titolo. Pur nella varietà estrema dei riferimenti dei singoli oratori/autori, quel che mi sorprende è la costante unificante, i modi di vedere, di esporre, di citare, di indicare, di riferire. Se è la logica dei fasci a fare da filo conduttore, se è la teoria delle categorie che ci permette di dare un senso univoco, è però la libertà interpretativa, spietatamente logica ma vaporosa ed eterea, quella che costruisce i sensi che permeano in modi così diversi ogni passo, ogni autore.

Ho costantemente nel cuore (sì, sì, anche nel cervello) altre letture precedenti di Zalamea (che dico, letture … studi, altro che). E così mi permetto di osare di sperare di capire ponti culturali che sembrano attraversare il mondo della cultura, avventati ma progettati con sapienza, per primo da lui, da Zalamea, e poi dai suoi compagni di avventura (mi ci metto anch'io, visto che lui stesso mi cita come tale un paio di volte):

> Zalamea, F. (2012). *Peirce's logic of continuity: A conceptual and mathematical approach*. Boston: Docent Press.
>
> Zalamea, F. (2013). *Antinomias de la creación: Las fuentes contradictorias de la invención en Valéry, Warburg, Florenski*. Santiago de Chile: Fondo de Cultura Económica.
>
> Zalamea, F. (Ed.). (2013). *Rondas en Sais: Ensayos sobre matemáticas y cultura contemporánea*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Se gli aspetti matematici mi sono più congeniali e sento di poterli seguire meglio, confesso di aver molto appreso e finalmente inteso dell'opera di Peirce grazie a Zalamea e ai suoi colleghi di viaggio, grazie anche a questo volume. Scrive Peirce (citato in questo libro da Giovanni Maddalena a pagina 63: "(…) le grandi menti sono capaci di afferrare una concezione fondamentale molto prima che il progresso dell'analisi abbia reso possibile il liberarla dalle oscurità e dalle difficoltà"; e faccio mia la conclusione dell'autore Maddalena (stessa pagina): "A questo prim'ordine di menti, a cui si devono i grandi passi della cultura e della storia umana, appartiene anche, e senza dubbio, Fernando Zalamea".

In quel giorno di ottobre citato sopra, a Bologna, Zalamea mi fece omaggio di un libro totalmente inatteso:

Novalis (1985). *La cristianità ossia l'Europa*. Milano: Studio Editoriale.

Credevo d'essere l'unico matematico al mondo a sapere chi fosse Georg Friedrich Philipp Freiherr von Hardenberg, e Zalamea l'aveva intuito leggendo le mie cose, sebbene io non l'avessi mai citato … Dunque, anche lui lo conosceva.

Il libro qui recensito è gratuitamente disponibile in formato pdf al seguente indirizzo, insieme ad altri volumi di Fernando Zalamea: https://unal.academia.edu/FernandoZalamea

Fernando Zalamea (2019). *Grothendieck: Una guía a la obra matemática y filosófica*. Bogotá: Universidad Nacional-Editorial Nomos.

Recensione di Bruno D'Amore

Lo ricordo ancora e lo ricorderò per sempre: era il 1974 quando, a Parma, nel corso di uno dei tanti fantastici seminari settimanali di Logica Matematica tenuti presso il Dipartimento di Matematica, uno degli invitati suggerì a tutti noi giovani di studiare l'opera di Alexander Grothendieck. Fu l'impresa culturale più complessa della mia vita; ma l'entusiasmo era tale che, tre anni dopo, pubblicando un articolo sul tema delle categorie, riuscii a citare (a proposito) un lavoro di questo gigante:

A. Grothendieck, *Sur quelques points d'algèbre homologique*, Tôhoku J., 9. 119-221, 1957.

(Allora si citava così, l'APA era ancora lungi dall'arrivare; tale mio lavoro venne pubblicato nelle Memorie della Accademia Nazionale di Scienze, Lettere e Arti di Modena, grazie all'interessamento del prof. Francesco Speranza).

Notai subito alcune cose: (1) che io stavo citando un lavoro di 20 anni prima!; (2) che, mentre il mio articolo constava alla fine di 9 pagine, questo di Grothendieck ne contava oltre 100; (3) che io avevo avuto sì qualche difficoltà nel leggere questo testo, ma che anche i miei colleghi erano stati colpiti dalla complessità enorme di questi discorsi.

(1) In quanto alle date, caspita, costui era in anticipo sui tempi in modo straordinario; (2) in quanto alla lunghezza, che allora fu per me sorprendente, diventato poi un fanatico dell'opera di G., appresi che 100 pagine erano per lui un nonnulla, che ha scritto testi di migliaia e migliaia di pagine (molte delle quali, oggi, ancora non lette ufficialmente); (3) in quanto alla difficoltà, succedeva una cosa strana: che, dopo ore e ore passate a leggere e rileggere

alcune righe, d'improvviso capivi come stavano le cose e ti sorprendevi per il coraggio scientifico di questo meraviglioso autore.

Diversi interessi maturati alcuni anni dopo mi hanno portato verso altri tipi di studio e di ricerca, ma la passione per gli scritti vigorosi e lungimiranti di G. mi ha sempre entusiasmato, mai ho smesso di leggerlo. Ma il sogno era quello di avere una sorta di guida, di opera omnia (oggi so che questo è impossibile) con i commenti di qualche esperto vero per accompagnare le letture.

E oggi, oggi… Fernando Zalamea, che è un super conoscitore del lavoro di G., ha iniziato un percorso che ha del sensazionale pubblicando il libro che sto cercando qui di presentare a tutti i lettori potenziali, trascrivendo, chiosando, raccontando, descrivendo l'opera di G. Si tratta del volume il cui titolo appare all'inizio di questo mio scritto, che consta di 622 pagine, elegante, cartonato, una vera opera d'arte, soprattutto per il suo contenuto. L'opera è così suddivisa:

- 24 pagine di introduzione metà delle quali sono dedicate all'appassionante biografia, oggi notissima, ma piena di dettagli, del nostro G. E poi la presentazione finissima e dotta di questo volume.
- 120 pagine dedicate all'opera di G. cosiddetta "del primo periodo" che va dal 1949 al 1957; e si scopre così che il lavoro da me citato nel mio articoletto nel 1977 è una sorta di chiusura di un'epoca.
- 130 pagine dedicate al "secondo periodo", dal 1958 al 1970, tempo della costruzione delle grandi opere al IHES, con la creazione dei fondamenti della geometria algebrica.
- 200 pagine dedicate al "terzo periodo" che va dal 1981 al 1991, periodo nel quale appaiono testi che non sono marcatamente ed esclusivamente matematici.
- 112 pagine di Zalamea che fornisce interpretazioni e analisi delle principali opere di G., una vera manna per chi inizia lo studio ora.
- 35 pagine di apparato bibliografico, indice dei nomi, delle opere e dei contenuti.

Grazie all'opera analitica e critica di Fernando Zalamea, è possibile leggere o rileggere i testi di matematica di G. con occhi più capaci di scrutare quel che all'inizio può apparire come indecifrabile; ciò perché, essendo G un creatore continuo appassionato e fantasioso, senza una guida non sempre si riesce a cogliere il senso preciso della creazione stessa. Sappiamo oggi che molte delle tematiche contemporanee hanno visto la luce proprio grazie all'intuizione sorprendente e magica di G., per esempio nel campo dei prodotti tensoriali topologici e della loro teoria metrica; la nascita dell'algebra omologica, le classi di fasci. La competenza di Zalamea è tale che egli ti accompagna nella lettura critica, per farti cogliere nessi e precisazioni che altrimenti potrebbero sfuggire al lettore. Poi c'è l'opera immensa sulla geometria, la rivisitazione moderna della teoria di Galois, una posta in discussione della geometria analitica totalmente nuova, la nascita della moderna geometria algebrica lungo il corso degli anni ’60. E ben altro.

Ma, per essere onesto, io sono conquistato anche parecchio dagli scritti non squisitamente tecnici, quelli che hanno titoli che alludono ad altro: *Récoltes et semilles* (1983-1986), 1500 pagine su che cos’è la creatività matematica; *La clef des songes* (1987-1988), sottotitolo: *Dialogue avec le Bon Dieu*, 1000 pagine dedicate a sue particolari visioni dell’esistenza e della vita, all’interpretazione dei propri sogni, speranze, desideri. Vale qui la pena ricordare che G. ebbe lunghi periodi di impegno civile, durante i quali spesso abbandonava la matematica per tornarvi dopo qualche anno, che spesso si allontanò dai centri accademici o anche solo abitati, per condurre una vita mistica e ascetica, come quella degli ultimi decenni, autoconfinatosi sui Pirenei. Ma queste sono cose fin troppo note, inutili da ripetere.

Vorrei invece far notare come Zalamea descriva tutto ciò, qualsiasi aspetto, con quel rigore che lo caratterizza come matematico e come epistemologo. Voglio ricordare un suo articolo pubblicato in Italia:

Zalamea, F. (2016). Les portes sur l’univers: Sulla creatività matematica in Grothendieck. *La matematica e la sua didattica*, *24*(1–2), 41–57.

In quanto direttore della rivista, ricordo ancora il dilemma: pubblicare questo articolo nella sua lingua originale, o tradurlo in italiano per far sì che il nome di questo grande studioso colombiano, cominciasse a circolare? Alla fine, anche sulla base dei consigli dei miei collaboratori, alla fine si optò per questa seconda ipotesi. Ma la traduzione accurata richiese una delicatezza eccezionale.

Le note, ah le note! Le note di questo libro di Zalamea sono esse stesse un libro nel libro, meglio: tre libri in uno.

Ci sono note “normali” cioè che si riferiscono al testo principale. Ci sono note che si riferiscono alla bibliografia secondaria, un lavoro certosino e paziente che solo un vero esperto può compiere e che si rivela di interesse favoloso per chi voglia saperne di più. Ci sono note, infine, che si riferiscono alle tecniche matematiche che, a volte, sono incomprensibili se non c’è lì uno Zalamea pronto a spiegartele. Molte di esse sono di tipo biografico, di eccezionale interesse.

Ci sono anche le riproduzioni di manoscritti di G., di un interesse speciale profondo perché non sempre il nostro scriveva come scrive un matematico, ma si abbandonava spesso a schizzi e disegni che lì per lì ti sembra di non capire, come quelli sullo yin e yang in matematica e che, ancora una volta, solo un esperto a tutto campo come Zalamea sa puntualizzare e spiegare, dando loro sempre un senso.

E che dire dei riassunti? Al termine dei lunghi testi di G. è estremamente chiarificatore il sunto che ne dà Zalamea, spesso assai più che necessario.

I commenti di Zalamea sono incisivi e illuminanti, come quello che inizia a pagina 474 (*El corazón matemático y la razón categórica*) che introduce all'arte matematica di G.

Siccome poi Zalamea è un maestro assoluto internazionale per tutto quando riguarda Peirce, si resta sbalorditi dal fatto che riesce ad accostare il lavoro di G. a quello del logico-semiotico statunitense; è assai più di un'ipotesi, ogni spiegazione è del tutto convincente e illuminante. E solo la vasta cultura nei diversi campi della letteratura e dell'arte plastica permette a Zalamea altri accostamenti, questa volta non arditi perché prendono le mosse da quel che scrive lo stesso G. riferendosi ad alcune opere di letteratura, di musica o di pittura, un trionfo della cultura umana a tutto campo, senza limiti. Come quando (a pagina 551) Zalamea interpreta e spiega un riferimento fatto da G. alla celeberrima opera *Guernica* di Picasso.

Il cuore fa poi un balzo quando ti trovi citato e ringraziato per il nulla che hai dato come contributo a questi studi, segno solo di amicizia e di generosità da parte dell'autore Zalamea a cui va tutto il nostro plauso e il nostro entusiasmo.

Il colpo finale è il seguente. Se chi legge questa recensione sente irrefrenabile la spinta a leggere questo libro, sappia che lo può avere gratis, in pdf, scaricabile dal sito: https://unal.academia.edu/FernandoZalamea che raccoglie alcune delle opere di Zalamea.

Chissà che questo titanico sforzo non conduca i lettori italiani a voler conoscere l'opera di G. e, è il mio sogno, l'opera di Zalamea, per esempio i suoi libri dedicati alla storia e all'epistemologia della matematica (contemporanea), fra i quali svetta:

Zalamea, Z. (2009). *Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas*. Bogotá: Editorial Universidad Nacional de Colombia.

E che dire delle relazioni (profonde, tangibili, ricche) fra pensiero matematico e pensiero dell'arte figurativa contemporanea? Pochi anni fa Zalamea condusse un pomeriggio-sera di discussione su questo tema, in occasione di una mostra delle opere dell'artista svedese Oscar Reutersvärd presso l'università Nacional a Bogotá; lui dirigeva i lavori, facendo domande su questo tema ai due ospiti entrambi italiani, Piergiorgio Odifreddi e Bruno D'Amore, di fronte a un'ambasciatrice di Svezia in Colombia a dir poco esterrefatta, dato che, appassionata d'arte e conoscitrice dell'arte svedese, confessò di essere stata, come dire, spiazzata tutta la sera.

Un libro completo, bello, appassionante, difficile, una sfida intellettuale.

Giovanni Giuseppe Nicosia (2019). *Contare per ventine: Un'analisi etnomatematica di numerali del mondo. Vol. I: Europa, Asia e Americhe.* Disponibile da: http://www.lulu.com/shop/giovanni-giuseppe-nicosia/contare-per-ventine-unanalisi-etnomatematica-di-numerali-del-mondo/ebook/product-24229523.html

Recensione di Silvia Sbaragli

Giovanni Giuseppe Nicosia non è nuovo nel mondo dell'etnomatematica, una disciplina che si è inserita nel panorama della ricerca da alcuni decenni e che si trova a metà strada tra la matematica e l'antropologia culturale. L'inizio del suo contributo scientifico su questo tema risale al 2002, quando si è occupato di tradurre in italiano il famoso libro *Etnomatematica* (D'Ambrosio, 2002), contributo imprescindibile per i ricercatori che vogliono approfondire lo studio delle pratiche matematiche dei diversi gruppi socioculturali. Ma, oltre a essere un ricercatore e un appassionato studioso di culture del mondo, Nicosia è anche un insegnante, e proprio dall'interesse per la didattica nasce il volume *Numeri e Culture* (Nicosia, 2008), libro nel quale l'autore riesce a dare un contributo all'educazione matematica dei giovani che vivono in un ambiente multiculturale.

In un certo senso, *Contare per Ventine: Un'Analisi Etnomatematica di Numerali del Mondo* è la continuazione di questa opera di avvicinamento del mondo scolastico, sempre più multiculturale, al mondo delle matematiche, intese come espressione culturale del sapere di un popolo.

In questo libro, che per desiderio dell'autore "appartiene al Popolo, che ne è il vero autore profondo", Nicosia tratta dei numerali e dei sistemi di numerazione dapprima nelle popolazioni europee e in Asia, poi nelle Americhe.

La quantità di culture prese in considerazione è impressionante. In Europa e in Asia si discutono i sistemi di numerazione georgiani, baschi, bretoni, gaelico irlandesi, gallesi, danesi ecc. Nelle Americhe si affrontano i numerali in uso nelle civiltà maya, atzeche, zapotechi, mesoamericane o messicane, e ancora i numerali waunana, andoque, macune ecc., provenienti dalle culture sudamericane; l'esposizione si conclude con il tentativo di raccogliere le informazioni concernenti i sistemi di numerazione in uso nei popoli indigeni dell'America del Nord. La ricerca in quest'ultimo caso è particolarmente complessa, sia a causa delle tradizioni principalmente orali di questi popoli, sia a causa di colonizzazioni e stermini avvenuti nel corso della storia.

Con questo testo, Nicosia dimostra di essere uno dei massimi cultori italiani della materia, con un'attenzione particolare alle applicazioni dei suoi studi in ambito educativo: l'autore sembra infatti essere estremamente consapevole di come il mondo multiculturale in cui è immersa la scuola al giorno d'oggi necessiti di una cultura dell'accoglienza e dell'inclusione. D'altra parte, per accogliere e includere è dapprima necessario essere disposti a conoscere non solo in modo superficiale, ma approfondito. Il contributo principale di questo volume sembra quindi essere il seguente: proporre una conoscenza effettiva di alcuni aspetti, quelli matematici, delle culture che sono lontane dalla nostra, con il fine di aiutare insegnanti, ricercatori, lettori interessati, a entrare nella relazione con ciò che è diverso con curiosità e spirito di confronto.

Riferimenti bibliografici

D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatematica*. Bologna: Pitagora.
Nicosia, G. G. (2008). *Numeri e culture.* Trento: Erickson.

Bruno D'Amore e Silvia Sbaragli (2019). *La matematica e la sua storia.* Vol. III: *Dal Rinascimento al XVIII secolo*. Bari: Edizioni Dedalo.

Recensione di Gianfranco Arrigo

Gli autori, molto conosciuti e stimati, con questo nuovo volume continuano la loro serie *La Matematica e la sua Storia*, iniziata con la pubblicazione nel 2017 di *Dalle Origini al Miracolo Greco*, seguita nel 2018 da *Dal Tramonto Greco al Medioevo*.

Questo terzo volume ci offre uno spaccato matematico-storico-filosofico concernente il periodo *Dal Rinascimento al XVIII Secolo* e ci lascia presagire una prossima pubblicazione che potrebbe concludere il meraviglioso ciclo.

In esso si possono riconoscere chiaramente lo stile e il modo di interpretare i periodi dei volumi precedenti: un riuscitissimo amalgama di matematica, storia, filosofia e didattica, ciò che rende la lettura piacevole e interessante per molti lettori, dall'insegnante allo scienziato, dal matematico allo storico e al filosofo. Ma, conoscendo bene gli autori, oso affermare che sotto sotto hanno pensato soprattutto agli insegnanti. Perché se si vuole togliere dall'immagine scolastica della disciplina matematica quella stonata caratteristica di materia fredda, scontata, nella quale ogni studente si vede obbligato a mandare a memoria definizioni, teoremi e rigidi algoritmi, se si desidera abbracciare la matematica come disciplina culturale – ciò che le spetta –, una strada da seguire è certamente indicata da questa pubblicazione. Conoscere un po' di storia, di quella autentica (nei limiti del possibile), prendere atto che molte difficoltà incontrate dagli studenti di oggi si possono ritrovare in gran parte nei lavori di personaggi dai nomi altisonanti, sapere che molte conquiste della matematica sono costate anche duri contrasti fra gli studiosi, cambia notevolmente il rapporto tra disciplina e discente; da un lato perché la matematica si rivela una costruzione realizzata in parecchi millenni – e quindi non calata dall'alto, perfetta, invariabile –, dall'altro perché, portando a conoscenza dello studente le difficoltà e gli errori del passato, lo si tranquillizza di fronte alle difficoltà e lo si porta a concepire un'immagine diversa delle proprie difficoltà e degli errori. Fare matematica vuol dire anche incontrare ostacoli duri da superare, anche sbagliare, tentare percorsi diversi, fare tesoro del vissuto per non cadere negli stessi errori e per costruire una rete di relazioni fra gli apprendimenti, costruirsi una propria strategia di studio sempre suscettibile di miglioramento.

Tutto ciò è perfettamente riscontrabile nei vari capitoli di questo terzo volume.

Già all'inizio il lettore può rivivere, per esempio, la vicenda che nel secolo XIII coinvolge Tartaglia, Cardano, Ferrari e Dal Ferro a proposito della risoluzione, non ancora conosciuta, dell'equazione di terzo grado: un intreccio di sfide matematiche, di ricatti e di acuti imbrogli. Da leggere e meditare, in particolare, la traduzione in versi difficilmente comprensibili del metodo di risoluzione fatta da Tartaglia perché, per certe ragioni, doveva comunicarlo al professor Cardano dell'Università di Bologna, ma d'altra parte non voleva che costui se ne impossessasse facilmente.

Per uno studente, conoscere simili peripezie molto frequenti nella storia della matematica, è una bella lezione di umanità. Dai momenti di esaltazione (colpi di genio, idee brillanti) a quelli di sconforto, superabili grazie alla caparbietà, alla fatica e all'intelletto, gli studiosi hanno costruito a fatica quel grande edificio che è la matematica di oggi e che, a piccole dosi e molto parzialmente lo studente è tenuto ad apprendere sia per motivi di utilità sia soprattutto perché costruendosi la propria matematica – ovviamente sotto lo sguardo sapiente dell'insegnante – plasma la propria mente e acquisisce capacità utili in qualunque campo dello scibile.

E che dire del rapporto tra arte e matematica nel Rinascimento? Ecco un altro tema, in generale poco conosciuto. Chi guarda una mostra d'arte con occhi matematici? Eppure quasi sempre si può scoprire che dietro a un dipinto o a una statua o a un brano musicale o letterale si cela una struttura matematica che l'artista può aver concepito espressamente oppure anche inconsciamente. In merito, il Rinascimento costituisce un esempio importante perché proprio in quel periodo la pittura ha scoperto la prospettiva (che è matematica). Dal grande Piero della Francesca, pittore e matematico, al Brunelleschi a Leon Battista Alberti e a Leonardo da Vinci, autodidatta e genio multiforme, probabilmente il più conosciuto, per citare solo alcuni dei diversi personaggi del Rinascimento italiano.

La parte dedicata alla nascita del simbolismo moderno è un impareggiabile dono per tutti gli insegnanti, che sono chiamati a traghettare gli alunni dal campo numerico alla generalizzazione, quindi al calcolo letterale. Nella storia si è passati dall'*algebra retorica* (fin verso il XIV-XV secolo), a quella *sincopata* (tra il XV e il XVI secolo), per poi giungere all'*algebra simbolica*

(Viète e Descartes, XVI secolo), praticamente quella che si insegna oggi nelle scuole. Lo studente che è condotto a capire quanto sia stata grande e sofferta questa creazione troverà grande motivazione nell'apprendere, con tutti i vantaggi che ne derivano relativamente all'acquisizione di competenze.

René Descartes (italianizzato Cartesio) è anche ricordato per aver dato un contributo decisivo alla creazione della geometria analitica, della quale fanno conoscenza già gli alunni delle medie con l'apprendimento del sistema degli assi cartesiani, appunto, e che poi sviluppano nel corso degli studi liceali. Sarebbe quindi buona cosa che gli insegnanti facessero capire agli studenti come sia nata l'idea delle coordinate e quanto utili siano per lo studio e per l'applicazione anche a situazioni concrete.

Il tema dell'infinito matematico non poteva certamente mancare, viste le ricerche e gli studi che si sono fatti all'interno del Nucleo di Ricerca in Didattica della matematica di Bologna;[2] infatti troviamo un bellissimo spunto che, se sfruttato in classe, può dare grande motivazione per una formazione corretta del concetto matematico di infinito: dall'infinitamente grande all'infinitamente piccolo. La lettura di queste pagine porta alla conoscenza dei grandi attori che hanno contribuito piano piano alla nascita dell'analisi matematica, cioè del calcolo differenziale e integrale. Sono pionieri della grande costruzione: Galileo, i suoi discepoli Cavalieri, Torricelli, Mengoli e altri ancora, fondatori del *metodo degli indivisibili*, molto simile al *metodo di esaustione*, ideato da Archimede, con il supporto teorico di Eudosso di Cnido, circa un millennio prima. Ma non si tratta per nulla di plagio, perché gli scritti di Archimede relativi a questo tema furono trovati solo nel 1906. Ecco un altro bello stimolo di riflessione in classe: il confronto tra il modo di procedere di Archimede e quello di Cavalieri e compagni.

In tale contesto, come ultimo atto, questo terzo volume arriva a toccare l'opera di Newton e Leibniz che, a cavallo dei secoli XVII e XVIII, diedero un contributo essenziale ai concetti di derivata e di integrale, materia che si tratta negli anni finali del liceo e che andrebbe presentata, almeno nelle fasi iniziali, anche da un punto di vista storico.

Nel prosieguo, il racconto si concentra maggiormente sulla matematica e presenta in modo chiaro e semplice questioni che sono conosciute anche dal grande pubblico.

Alludo, per esempio al cosiddetto "ultimo teorema" di Fermat, a proposito del quale lo stesso ebbe a scrivere, a margine del proprio manoscritto: "la dimostrazione l'ho completata, ma non ci sta nel piccolo spazio che ho a disposizione". Inutile dire che i matematici furono fortemente stimolati a cercare una loro dimostrazione, ciò che si è verificato soltanto nel 1995 con Andrew Wiles, cioè circa tre secoli dopo l'enunciazione di Fermat. Vista la natura della dimostrazione di Wiles che comprende concetti e metodi attuali

---

[2] Si veda ad esempio il testo (ora in riedizione presso un altro editore): Arrigo, G., D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2010). *Infiniti infiniti*. Trento: Erickson.

sicuramente non conosciuti da Fermat, oggi possiamo affermare con (quasi) sicurezza che il nostro eroe aveva… bluffato. Ma anche questo fatto è importante, perché contribuisce a rendere più umana l'immagine del matematico.

Un'altra bella occasione per rendere più stimolante lo studio dalla matematica ce la offre il matematico svizzero Leonhard Euler, che ha operato nel XVIII secolo, in gran parte nelle regge di San Pietroburgo e di Berlino. Gli autori non si sono lasciati sfuggire l'occasione per mostrare i suoi lavori sui grafi, ritenuti fondanti di una nuova branca della matematica, denominata *Topologia*: attività che possono coinvolgere anche gli allievi della scuola primaria. Chi non ha mai tentato di disegnare la famosa casetta senza alzare la matita dal foglio?

Gli ultimi capitoli si soffermano sia sull'evoluzione della geometria che si stacca dal pesante fardello euclideo, sia sull'algebra che conosce una vera rivoluzione grazie anche all'opera di personaggi per nulla comodi come Paolo Ruffini, Niels Henrik Abel ed Evariste Galois.

A chi si interessa di calcolatrici, calcolatori e moderni computer, gli autori dedicano un intero capitolo. La storia del calcolo strumentale ha inizio dagli abachi e dai "bastoncini" di John Napier (italianizzato Nepero), prosegue con le prime addizionatrici meccaniche, poi con le più raffinate calcolatrici meccaniche elettriche per poi sfociare nei primi "calcolatori da tavolo" e nelle prime calcolatrici elettroniche tascabili. Di lì si inizia lo strabiliante sviluppo delle teorie dell'informatica e della comunicazione. Ma questa è un'altra storia.